

Администрация Таймырского Долгано-Ненецкого муниципального района

**Управление образования
Таймырское муниципальное казенное общеобразовательное учреждение
«Диксонская средняя школа»**

**Муниципальная Конференция
исследовательских и проектных работ «Золотое перо»**

Исследовательская работа

Секция: физико-математическая

«9 способов нахождения площади трапеции»

Работу выполнил:

Низовцев Руслан Алексеевич,

10.09.2000 г

г.п. Диксон, ул. Водопьянова д.24 кв.36

ТМКОУ «Диксонская средняя школа»

9 класс

Научный руководитель:

Низовцева Джамия Ахмедуллоевна

ТМКОУ «Диксонская средняя школа»

учитель математики

e-mail: yaporova@yandex.ru

тел: 89050911271

Аннотация

Автор: Низовцев Руслан Алексеевич
ТМКОУ «Диксонская средняя школа» 9 класс

Тема: «9 способов нахождения площади трапеции»

Руководитель: Низовцева Джамиля Ахмедулловна, ТМКОУ «Диксонская средняя школа», учитель математики

Цель научной работы: определить, существуют ли другие способы нахождения площади трапеции

Методы проведенных исследований: поисковый метод с использованием научной и учебной литературы, интернета; исследовательский метод; практический метод при выполнении вычислений; составление буклета; видео опрос «Что знают учащиеся школы о трапеции, о нахождении ее площади»

Основные результаты научного исследования:

- существует много способов нахождения площади трапеции;
- при решении задач используется тот метод, который удобен.

Содержание

1. Введение
2. Значение геометрии в нашей жизни
3. Способы нахождения площади трапеции
 - 3.1. Исследование 1 «Нахождение площади трапеции по учебнику «Геометрия 7-9» А.В. Погорелов
 - 3.2. Исследование 2 «Нахождение площади трапеции через построение внешних высот трапеции»
 - 3.3. Исследование 3 «Нахождение площади трапеции через построение прямой, параллельной одной из боковых сторон»
 - 3.4. Исследование 4 «Нахождение площади трапеции через построение прямой, проходящей через середину боковой стороны»
 - 3.5. Исследование 5 «Нахождение площади трапеции с помощью построения перпендикуляров через середины боковых сторон»
 - 3.6. Исследование 6 «Нахождение площади трапеции с помощью построения внутренних высот трапеции»
 - 3.7. Исследование 7 «Нахождение площади трапеции, если известны диагонали и угол между ними»
 - 3.8. Исследование 8 «Нахождение площади трапеции через среднюю линию»
 - 3.9. Исследование 9 «Нахождение площади трапеции при проведении перпендикуляра к боковой стороне из середины другой боковой стороны»
 - 3.10. Исследование 10 «Анализ тестов ОГЭ по математике модуль «Геометрия»: частота задач на нахождение площади трапеции»
4. Заключение
5. Список литературы
6. Приложения:
 - 6.1. Приложение 1. Буклет «Трапеция в нашей жизни»
 - 6.2. Приложение 2. Видео опрос «Что знают учащиеся школы о трапеции, о нахождении ее площади»

1. Введение

Выбор темы «9 способов нахождения площади трапеции» обусловлен моими личными интересами в области геометрии, а именно в строительстве. Я очень люблю строить различные объекты. Это могут быть фигуры из конструктора, а также различные «конструкции» из досок, которые мы находим с друзьями на побережье Карского моря. Актуальность данной работы определяется тем, что знания и умения находить площадь трапеции имеют огромное значение для решения практических задач в жизни, в том числе и заданий основного государственного экзамена по математике. Данное исследование, которое выходит за рамки нашей школьной программы, поможет найти новые подходы к решению геометрических задач. Именно поэтому данная тема явилась источником для исследовательской работы.

В ходе работы нам предстояло подтвердить или опровергнуть суждение о том, что существуют другие способы нахождения площади трапеции, помимо описанного способа в учебнике.

Объект исследования: трапеция

Предмет исследования: площадь трапеции

Цель исследования: определить, существуют ли другие способы нахождения площади трапеции.

Задачи исследования:

1. Проанализировать литературу по данному вопросу;
2. Изучить вопрос по нахождению площади трапеции в учебнике геометрии 7-9 класс А.В. Погорелов.
3. Провести исследования «Различные способы нахождения площади трапеции»
4. Провести анализ тестов ОГЭ с 2011 г по 2016г по математике и определить частоту появления задач на нахождение площади трапеции в КИМах.
5. Провести видео опрос «Что знают учащиеся школы о трапеции, о нахождении ее площади»

Методы исследования:

1. поисковый метод с использованием научной и учебной литературы, интернета;
2. исследовательский метод определяется как самостоятельное решение проблемы с применением рассуждения, доказательства и анализ фактов.
3. практический метод при определении частоты появления задач на нахождение площади трапеции, составлении буклета, проведение видео опроса

Практическая значимость работы определяется возможностью использования данного материала при решении геометрических задач, при доказательстве некоторых положений.

Совместно с руководителем был разработан **ход исследования:**

1. Изучить теоретический материал учебника и дополнительных источников информации и найти новые способы нахождения площади трапеции.
2. Провести анализ тестов ОГЭ и определить частоту появления задач на нахождение площади трапеции.
3. Провести видео опрос «Что знают учащиеся школы о трапеции, о нахождении ее площади»
4. Оформить результаты, сделать соответствующие выводы.

2. Значение геометрии в нашей жизни^{1,2}

Геометрия обладает целым рядом качеств, располагает огромными возможностями для эмоционального и духовного развития человека. «Я думаю, что никогда до настоящего времени мы не жили в такой геометрический период. Всё вокруг – геометрия». Эти слова, сказанные великим французским архитектором Ле Корбюзье в начале XX в., очень точно характеризуют и наше время. Мир, в котором мы живём, наполнен геометрией домов и улиц, гор и полей, творениями природы и человека. Лучше ориентироваться в нём, открывать новое, понимать красоту и мудрость окружающего мира помогает нам геометрия.

Геометрия зародилась в глубокой древности. Строя жилища и храмы, украшая их орнаментами, размечая землю, измеряя расстояния и площади, человек применял свои знания о форме, размерах и взаимном расположении предметов, он использовал свои геометрические знания, полученные из наблюдений и опытов.

Среди множества различных геометрических фигур на плоскости выделяется большое семейство четырёхугольников. В обычной жизни на каждом шагу мы встречаемся с понятием “площадь”. Что такое “площадь”, знает каждый. Каждый понимает смысл слов: площадь комнаты, площадь садового участка. Подумайте и самостоятельно ответьте на вопрос: что такое “площадь”? И вы увидите, что не так-то это просто. Даже математики смогли создать соответствующую математическую теорию сравнительно недавно. Правда, это никому не мешало успешно использовать понятие площади и в науке, и на практике с незапамятных времен. Измерение площадей считают одним из самых древних разделов геометрии; в частности название “геометрия” (т.е. “землемерие”) связывают именно с измерением площадей. Согласно легенде, эта наука возникла в Древнем Египте, где после каждого разлива Нила приходилось заново производить разметку участков, покрытых плодородным илом, и вычисление их площадей.

По-видимому, в древности приходилось рассматривать лишь участки, мало отличающиеся от прямоугольника по форме, а для таких участков погрешность невелика. Лишь в последствие было полностью развито учение о площадях и получены точные формулы для вычисления площади прямоугольника, параллелограмма, треугольника, трапеции и других многоугольников.

Определение площадей геометрических фигур – одна из древнейших практических задач. Правильный подход к их решению был найден не сразу, но уже древние греки умели правильно находить площади многоугольников.

1. <https://ru.wikipedia.org/wiki>, 2. Математический энциклопедический словарь. — М.: «Сов. энциклопедия», 1988. — С. 587.

3. Способы нахождения площади трапеции

Одним из многоугольников является трапеция.

Трапе́ция² (от др.-греч. *τραπέζιον* — «столик»; *τράπεζα* — «стол, трапеза») — выпуклый четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие не параллельны. Параллельные противоположные стороны называются основаниями трапеции, а две другие боковыми сторонами. Средняя линия — отрезок, соединяющий середины боковых сторон.

Виды трапеций

- Трапеция, у которой боковые стороны равны, называется равнобокой, равнобочной или равнобедренной трапецией.
- Трапеция, имеющая прямые углы при боковой стороне, называется прямоугольной.

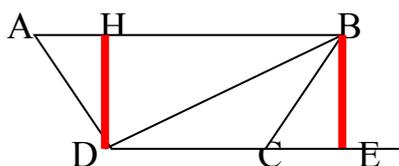
Трапецию можно встретить как в повседневной жизни - быту, так и в архитектуре и природе. Значение трапеции в нашей жизни я оформил в виде буклета. **Приложение 1.**

Я самостоятельно изучил теорему о нахождении площади трапеции, провел исследования. Одним, из них является видео опрос «Что знают учащиеся школы о трапеции, о нахождении ее площади» **Приложение 2**

Исследование 1 «Нахождение площади трапеции по учебнику «Геометрия 7-9» А.В. Погорелов³

Дано: ABCD - трапеция

Найти площадь S_{ABCD}



Решение.

1. Провели диагональ BD. Тогда наша трапеция разбивается на две части: два треугольника $\triangle ABD$ и $\triangle BCD$.

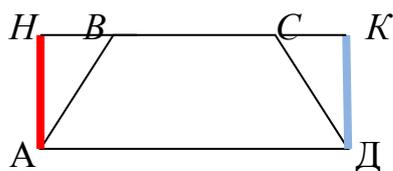
2. $DN = BE$ — как высоты трапеции (расстояние между параллельными прямыми AB и CD)

$$3. S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BCD} = \frac{AB \cdot DN}{2} + \frac{CD \cdot BE}{2} = \frac{AB \cdot DN}{2} + \frac{CD \cdot DN}{2} = DN \cdot \frac{(AB + CD)}{2}$$

Вывод: площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту трапеции.

2. Математический энциклопедический словарь. — М.: «Сов. энциклопедия», 1988. — С. 587, 3 Погорелов А.В. Геометрия, 7-9 класс. — М.: Просвещение, 2006.

Исследование 2 «Нахождение площади трапеции через построение внешних высот трапеции»



Решение.

1. Провели высоты AH и DK , $AH = DK$, $AD = HK$. Тогда наша трапеция разбивается на три части: треугольник AHB , прямоугольник $AHDK$ и треугольник CKD .

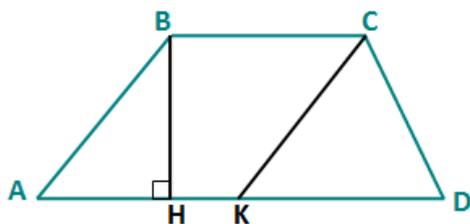
2. Таким образом, $S_{ABCD} = S_{AHKD} - S_{AHB} - S_{DKC}$

$$3. S_{ABCD} = AH \cdot AD - \frac{AH \cdot HB}{2} - \frac{DK \cdot CK}{2} = AH \cdot \left(AD - \frac{1}{2}HB - \frac{1}{2}CK \right) =$$

$$= AH \cdot \left(\frac{2AD - HB - CK}{2} \right) = AH \cdot \left(\frac{AD + (HK - HB - CK)}{2} \right) = AH \cdot \frac{BC + AD}{2}.$$

Вывод: площадь трапеции равна произведению полу суммы оснований на высоту трапеции.

Исследование 3 «Нахождение площади трапеции через построение прямой, параллельной одной из боковых сторон»¹³



Решение:

1. Провели $CK \parallel AB$, высоту BH . Тогда наша трапеция разбивается на две части: параллелограмм $ABCK$ (по определению, так как $AB \parallel CK$ по построению, $AK \parallel BC$ по условию) и $\triangle KCD$. Причём, высоты параллелограмма и треугольника равны.

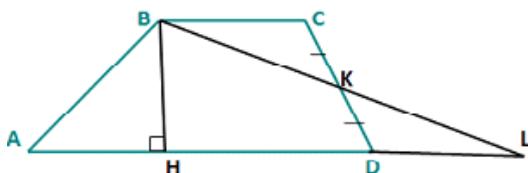
2. Таким образом, $S_{ABCD} = S_{ABCK} + S_{KCD}$

$$3. S_{ABCD} = AK \cdot BH + \frac{KD \cdot BH}{2} = BH \cdot \left(AK + \frac{1}{2}KD \right) =$$

$$= BH \cdot \left(\frac{2AK + KD}{2} \right) = BH \cdot \left(\frac{AK + AK + KD}{2} \right) = BH \cdot \frac{BC + AD}{2}.$$

Вывод: площадь трапеции равна произведению полу суммы оснований на высоту трапеции.

Исследование 4 «Нахождение площади трапеции через построение прямой, проходящей через середину боковой стороны»



Решение:

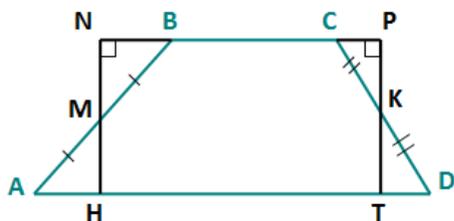
1. Через середину стороны CD (точка К) провели прямую, пересекающую сторону AD в точке L.

2. Рассмотрим треугольники BCK и LDK: $CK = DK$ (по построению), $\angle BCK = \angle LDK$ (как внутренние накрест лежащие при параллельных прямых BC и LD и секущей CD), $\angle CKB = \angle DKL$ (как вертикальные), $\triangle BCK = \triangle LDK$ (по стороне и двум прилежащим к ней углам), следовательно, $BC = LD$ и $S_{BCK} = S_{LDK}$.

$$3. S_{ABCD} = S_{ABL} = \frac{1}{2} AL \cdot BH = \frac{(AD+DL)}{2} \cdot BH = \frac{AD+BC}{2} \cdot BH$$

Вывод: площадь трапеции равна произведению полу суммы оснований на высоту трапеции.

Исследование 5 «Нахождение площади трапеции с помощью построения перпендикуляров через середины боковых сторон»



Решение:

1. Через середины сторон AB и CD (точки М и К) провели перпендикуляры NH и PT к основаниям трапеции.

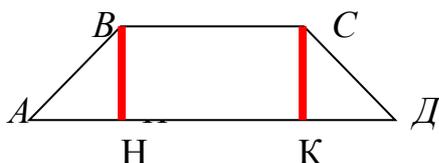
2. Рассмотрим $\triangle AMH$ и $\triangle BMN$: $\angle H = \angle N = 90^\circ$, $AM = MB$ (по условию), $\angle AMH = \angle BMN$ (как вертикальные), значит, $\triangle AMH = \triangle BMN$ (по гипотенузе и острому углу), следовательно, $AH = BN$ и $S_{AMH} = S_{BMN}$

3. Рассмотрим $\triangle CPK$ и $\triangle DTK$: $\angle T = \angle P = 90^\circ$, $CK = KD$ (по условию), $\angle CKP = \angle DKT$ (как вертикальные), значит, $\triangle CPK = \triangle DTK$ (по гипотенузе и острому углу), следовательно, $CP = DT$ и $S_{CPK} = S_{DTK}$

$$4. S_{ABCD} = S_{HNPT} = NH \cdot NP$$

Вывод: нахождение площади трапеции сводится к нахождению площади прямоугольника.

Исследование 6 «Нахождение площади трапеции с помощью построения внутренних высот трапеции»



Решение.

1. Провели высоты BH и CK, $BH = CK$, $HK = BC$. Тогда наша трапеция разбивается на три части: треугольник ABH, прямоугольник HBCK и треугольник CKD.

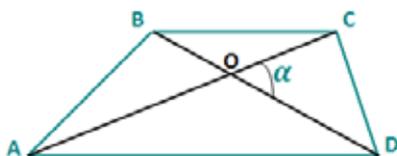
2. Таким образом, $S_{ABCD} = S_{ABH} + S_{HBCK} + S_{CKD}$

$$3. S_{ABCD} = \frac{AH \cdot BH}{2} + BH \cdot HK + \frac{CK \cdot KD}{2} = BH \cdot \left(\frac{1}{2}AH + HK + \frac{1}{2}KD \right) =$$

$$= BH \cdot \left(\frac{AH + 2HK + KD}{2} \right) = BH \cdot \left(\frac{AH + HK + BC + KD}{2} \right) = BH \cdot \frac{BC + AD}{2}.$$

Вывод: площадь трапеции равна произведению полу суммы оснований на высоту трапеции.

Исследование 7 «Нахождение площади трапеции, если известны диагонали и угол между ними»¹⁴



Решение:

1. В трапеции даны диагонали $AC = d_1$, $BD = d_2$, $\angle COD = \alpha$.

2. $\angle AOB = \angle COD$ (как вертикальные), $\angle BOC = \angle AOD = 180^\circ - \alpha$ (по свойству смежных углов), и

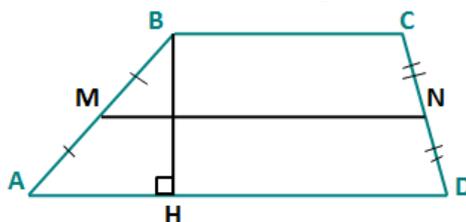
$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha.$$

$$\begin{aligned} 3. S_{ABCD} &= S_{ABO} + S_{BOC} + S_{COD} + S_{AOD} = \frac{1}{2}AO \cdot BO \cdot \sin \alpha + \\ &+ \frac{1}{2}CO \cdot BO \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2}DO \cdot CO \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2}AO \cdot DO \cdot \sin \alpha = \\ &= \frac{1}{2} \sin \alpha (AO \cdot BO + BO \cdot CO + CO \cdot DO + AO \cdot DO) = \\ &= \frac{1}{2} \sin \alpha \cdot (BO \cdot (AO + CO) + DO \cdot (CO + AO)) = \\ &= \frac{1}{2} \sin \alpha (AC \cdot (BO + DO)) = \frac{1}{2} \sin \alpha \cdot AC \cdot BD = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha. \end{aligned}$$

Вывод: площадь трапеции равна произведению диагоналей трапеции на синус угла между ними деленному на 2.

¹⁴ <http://2mb.ru/matematika/geometriya/ploshhad-trapecii/>, 15 А.Н. Колмогоров, А.Ф. Семенович, Р.С. Черкасов, Геометрия 6-8 классов, М.: Просвещение, 1979г

Исследование 8 «Нахождение площади трапеции через среднюю линию»

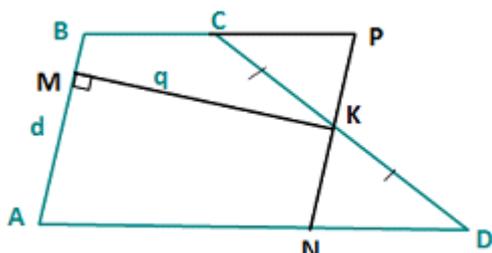


1. В трапеции ABCD MN – средняя линия, т. е. $AM = MB$ и $CN = ND$, $MN = \frac{AD+BC}{2}$.

2. Так как $S_{ABCD} = \frac{AB+BC}{2} \cdot BH = MN \cdot BH$.

Вывод: площадь трапеции равна произведению средней линии на высоту трапеции

Исследование 9 «Нахождение площади трапеции при проведении перпендикуляра к боковой стороне из середины другой боковой стороны»



Решение.

1. Через середину стороны CD трапеции ABCD провели перпендикуляр KM к стороне AB, т. е. $CK = KD$, $KM = q$, $AB = d$.

2. $PN \parallel AB$.

3. $\triangle CPK = \triangle DNK$ по стороне и двум прилежащим к ней углам ($\angle CKP = \angle DKN$ (как вертикальные, $CK = DK$ (по условию), $\angle PCK = \angle NDK$ (как накрест лежащие при параллельных прямых)), значит, $S_{CPK} = S_{DNK}$

4. $S_{ABCD} = S_{ABCKN} + S_{CPK} = S_{ABPN} = dq$.

Вывод: при данных условиях нахождение площади трапеции сводится к нахождению площади параллелограмма.

И так:

При исследовании способов решения задачи, мы увидели, что площадь трапеции может быть найдена:

1. С помощью площади прямоугольника;
2. Через площадь треугольника (наиболее часто);
3. С помощью площади параллелограмма;
4. Через среднюю линию трапеции;
5. Через диагонали трапеции и угол между ними.

Таким образом, существует много способов нахождения площади трапеции. При решении задач используется тот метод, который удобен.

Исследование 10

«Анализ тестов ОГЭ по математике»: частота появления тестов с задачами на нахождение площади трапеции»

Цель: определить, как часто встречаются задачи на нахождение площади трапеции в тестах ОГЭ по математике

Ход исследования:

1. Рассмотреть учебные пособия по подготовке к ОГЭ по математике с 2011г по 2016г.^{1,10, 11,12,13,14,15}
2. Подсчитать количество тестов по годам
3. Подсчитать, количество тестов, где встречаются задания на нахождение площади трапеции.
4. Найти частоту появления данных задач по годам.
5. Сделать вывод.

год	Количество рассмотренных тестов	Количество тестов с заданиями на нахождение площади трапеции	Частота	%
2011	28	2	0,03	3 %
2012	18	2	0,11	11 %
2013	38	19	0,5	50 %
2014	26	13	0,5	50 %
2015	26	13	0,5	50 %
2016	16	9	0,56	56 %



Вывод: начиная с 2012 года, частота появления задач на нахождение площади трапеции в тестах ОГЭ по математике возрастает, что является доказательством актуальности и практической значимости рассматриваемой темы лично для меня и учащихся 9 класса при сдаче экзамена.

6. Сайт: <http://www.fipi.ru>, 7. сайт: www.alexlarin.net, 8, 10,12 Сборник тестов для подготовки ГИА- 2011, 2013,2015г 9 класс, Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Калабухова, 9 Сборник тематических тестовых заданий ГИА 2012 г, 9 класс, Л.Д.Лаппо, М.А. Попов; 8, 11 Сборник для подготовки ОГЭ-2015,2016 И.В. Яценко, С.А. Шестаков, А.В. Семенов

4. Заключение

При выполнении исследовательской работы я использовал знания, которые имеются у меня, а так же дополнительную литературу.

В процессе выполненной работы в соответствии с ее целью и задачами получены следующие выводы и результаты.

С помощью математических исследований мы пришли к выводу: что существует много способов нахождения площади трапеции. При решении задач используется тот метод, который удобен и соответствует условию задачи.

В своей исследовательской работе я также показал практическую значимость данной темы, проанализировав пособия для подготовки к ОГЭ по математике. Создал буклет «Трапеция в нашей жизни», в которой показал, что трапецию можно встретить как в повседневной жизни - быту, так и в природе, архитектуре.

Результат проведенного опроса в нашей школе показал, что данная тема актуальна для повторения в 10-11 классах на уроках геометрии.

Кроме того, работая над проектом, я закрепил умения и навыки работы в текстовом редакторе WORD, Power Point, Microsoft Excel (для составления диаграммы в ходе исследований), Microsoft Publisher (при создании буклета)

Таким образом, цели и задачи данной работы выполнены.

Список литературы

1. <https://ru.wikipedia.org/wiki>
2. Математический энциклопедический словарь. — М.: «Сов. энциклопедия», 1988. — С. 587.
3. А.В. Погорелов, Геометрия, 7-9 класс. – М.: Просвещение, 2006.
4. Л.С. Атанасян, Учебник “Геометрия 7–9” ,М.: Просвещение, 2000г
5. Сборник для подготовки ОГЭ-2016 И.В. Яценко, С.А. Шекстаков, А.В. Семенов
6. Сайт: <http://www.fipi.ru>
7. Сайт: www.alexlarin.net
8. Сборник тестов для подготовки ГИА- 2013, 9 класс, Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Калабухова
9. Сборник тематических тестовых заданий ГИА 2012 г, 9 класс, Л.Д.Лаппо, М.А. Попов.
10. Сборник тестов для подготовки ГИА- 2011, 9 класс, Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Калабухова
11. Сборник для подготовки ОГЭ-2015 И.В. Яценко, С.А. Шекстаков, А.В. Семенов
12. Сборник тестов для подготовки ГИА- 2015, 9 класс, Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Калабухова
13. <http://www.tutoronline.ru/blog/kak-najti-ploshhad-trapecii-formuly-i-primery>
14. <http://2mb.ru/matematika/geometriya/ploshhad-trapecii/>
15. А.Н. Колмогоров, А.Ф. Семенович, Р.С. Черкасов, Геометрия 6-8 классов, М.: Просвещение, 1979г

Приложение 1
Создание буклета

1. Подборка интересного материала о трапеции: в архитектуре, быту, природе.
2. Оформление в программе Microsoft Publisher.

Видео опрос учащихся школы
«Что знают учащиеся школы о трапеции, о нахождении ее площади»

1. Опрос проведен для учащихся 8,10,11 класса.
2. Количество участников - 5
3. Отношение к опросу – положительное.
4. Вопросы:
 1. Что Вы знаете о трапеции
 2. Знаете ли Вы как найти площадь трапеции.
5. Вывод по опросу

Вывод

По результатам видео опроса можно сделать вывод, что учащиеся 8 класса знают на момент исследования только определение трапеции, учащиеся 10-11 классов называют определение трапеции, не все учащиеся могут правильно назвать формулу для нахождения площади трапеции.